Девятая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности

«Имитационное моделирование. Теория и практика»

**ИММОД-2019**

*Екатеринбург, 16-18 октября 2019 года*

# АГЕНТНЫЕ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ИГР

**А.Г. Топаж**

*(ООО «Бюро Гиперборея»)*

# Математика естественного отбора. Эволюционные игры

**Джон Мейнард Смит**

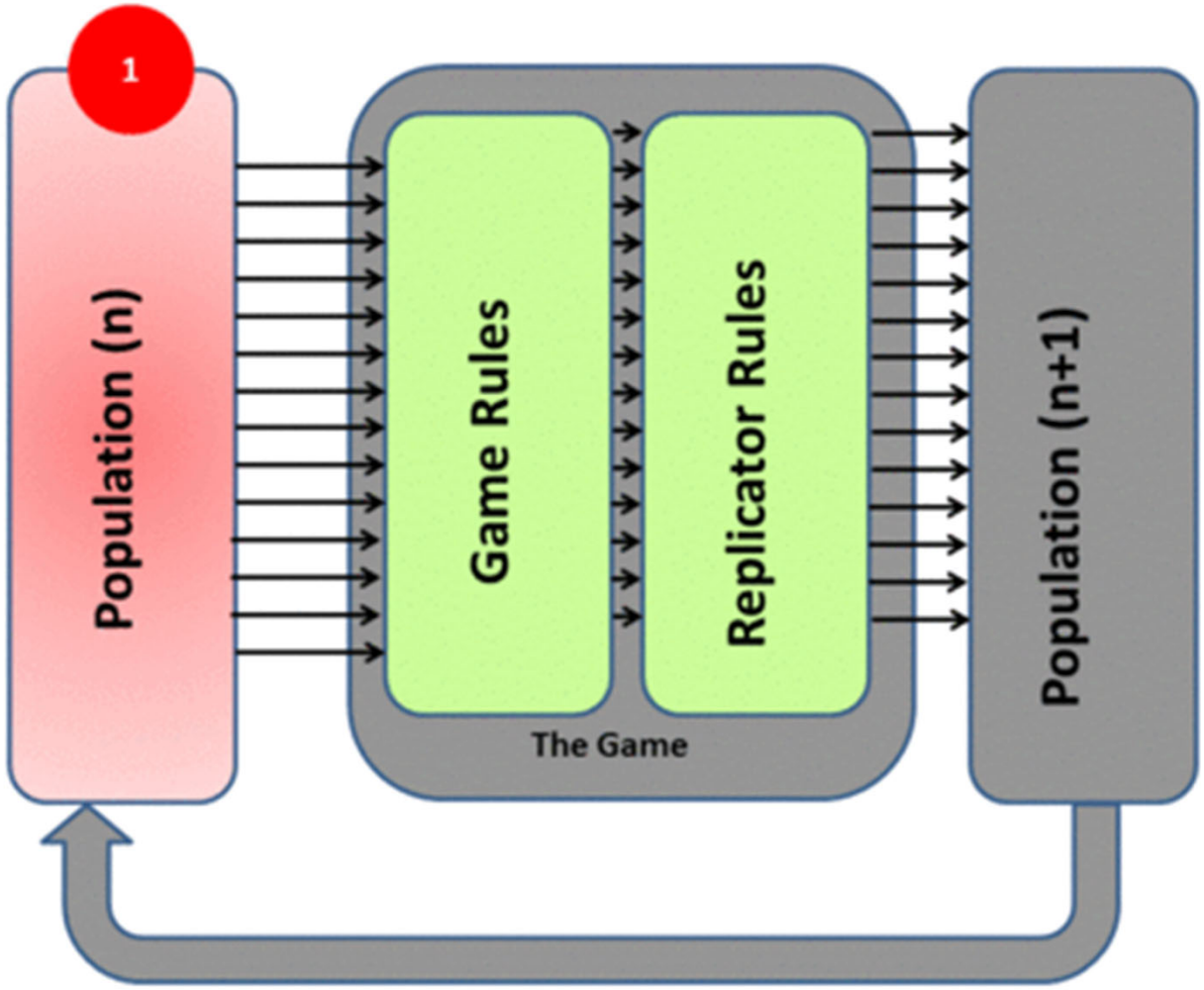
**Вопросы:**

- “Джентельменское поведение” vs. индивидуализм
- Парадокс биоразнообразия vs. принцип экологического исключения

**Источники и составные части:**

- Теория естественного отбора
- Генетические (эволюционные алгоритмы)
- Теория игр

# Структура и модель эволюционной игры



## Понятие об эволюционно-стабильной стратегии. Устойчивость генов и мемов

**ЭСС** - такая стратегия, которая будучи принята большинством членов данной популяции, не может быть превзойдена никакой ***альтернативной*** стратегией.

**ЭСС** должна быть эффективна против любой другой стратегии, в том числе и против копий самой себя

(*Р. Докинз*)

# Игра «Ястребы - голуби»

| C >> V | …встречает ястреба | …встречает голубя |
|---|---|---|
| **Если ястреб…** | *Они дерутся. Оба травмируются . Один побеждает.* **V/2 – C** | *Он забирает все* **V** |
| **Если голубь…** | *Он удирает* **0** | *Они разбираются без драки* **V/2** |

> **(V > V/2)**

> **(0 > V/2-C)**

# Игра «Ястребы - голуби»

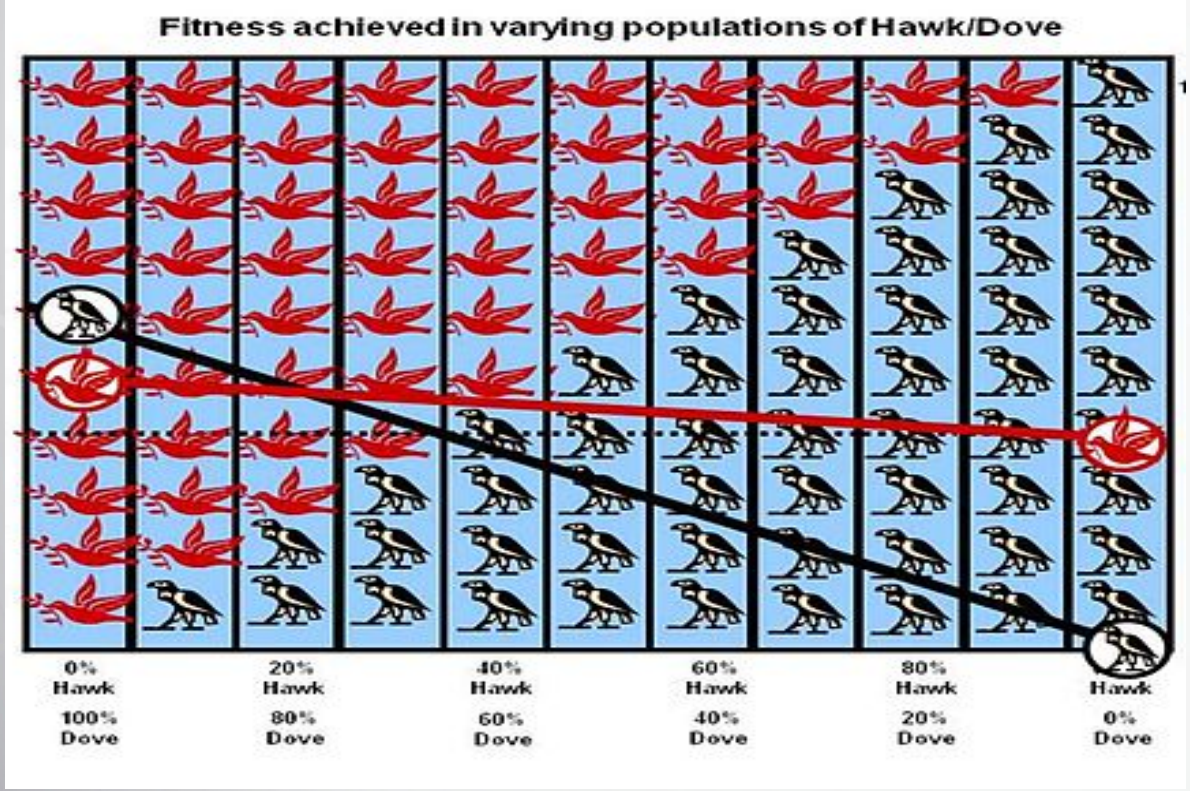
Пусть $\alpha$ – доля голубей в популяции

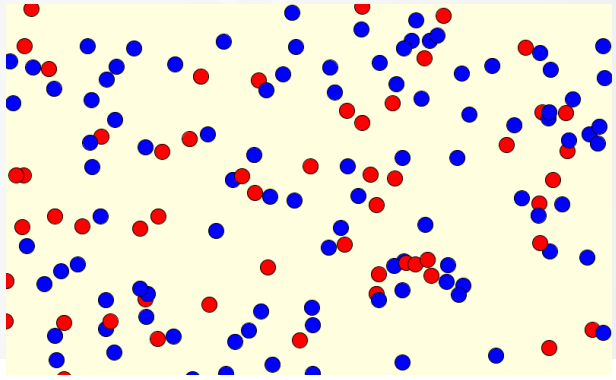
Средняя приспособленность ястреба: $\alpha \cdot v + (1-\alpha)\cdot(v/2-c)$

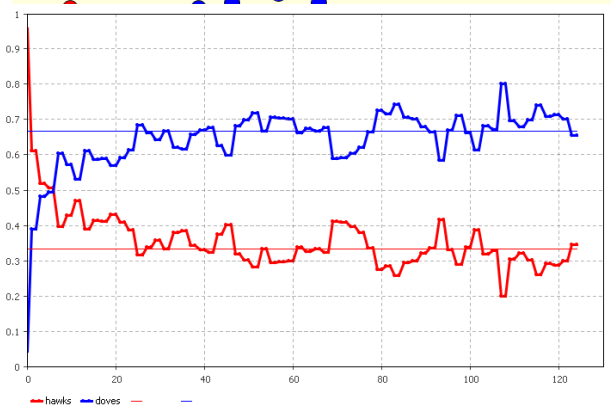
Средняя приспособленность голубя: $\alpha \cdot v/2 + (1-\alpha)\cdot 0$

«Равновесная» приспособленность: $\alpha^e = 1 - v/(2\cdot c)$

«Максимальная» приспособленность: $\alpha^* \neq \alpha^e$



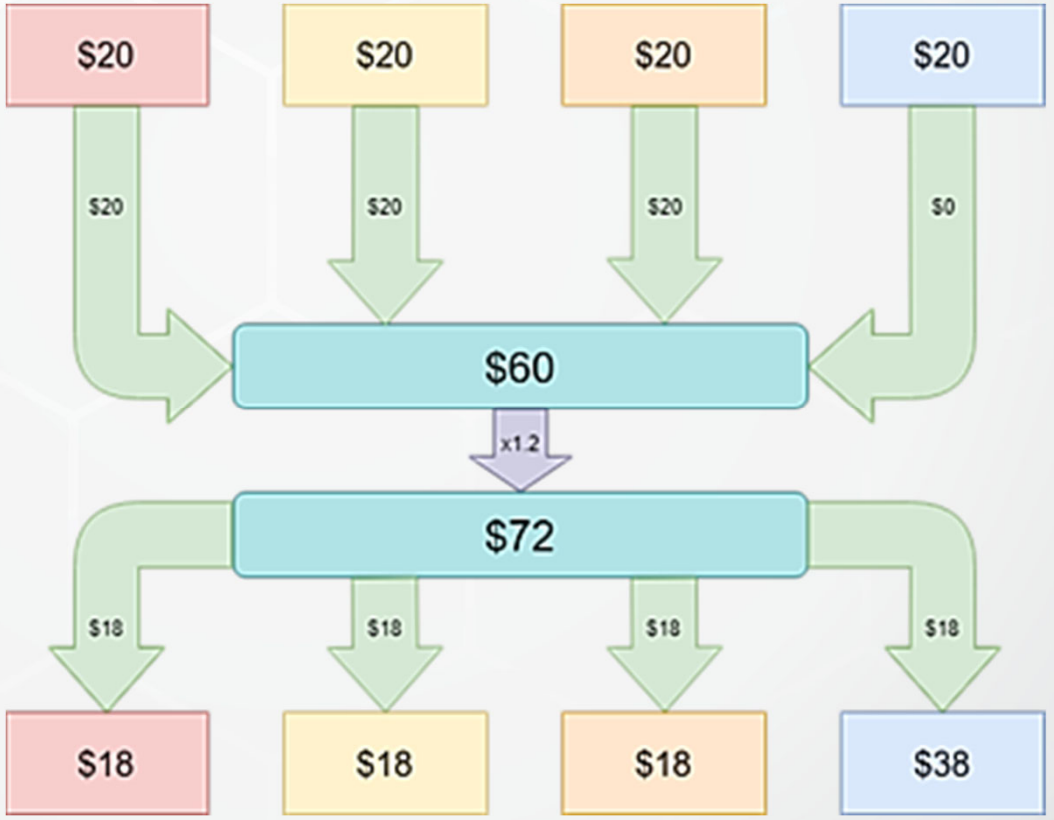





# Социальная экология.
# Игра в «общественное благо» и «трагедия общин»

N индивидуумов выбирают, какую долю собственного богатства вложить в общий банк. Средства, вложенные в общий банк, умножаются на коэффициент дохода k (1<k<N) и полученная прибыль ПОРОВНУ разделяется между участниками. Каждый игрок также сохраняет невложенные деньги. Какова оптимальная стратегия каждого участника?

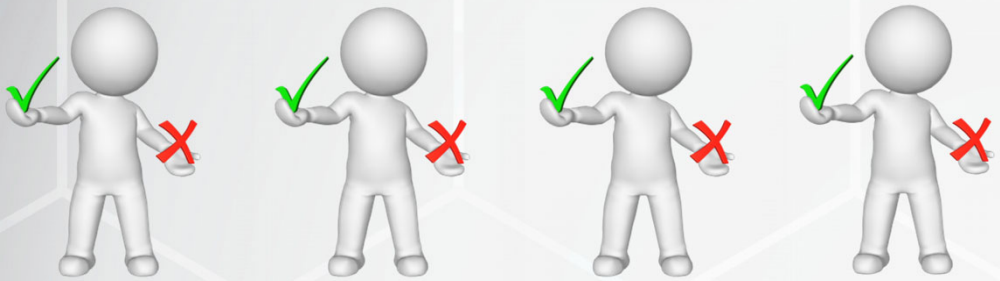
Общая доход коллектива максимизируется, когда каждый вносит все свои средства в общий пул. Однако равновесие по Нэшу в этой игре - нулевой вклад каждого; для любого рационального агента лучше всего ничего не вносить, независимо от того, сколько вносят его партнеры .

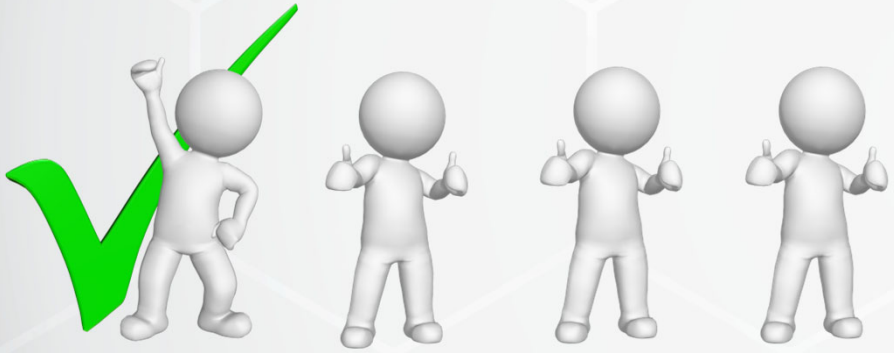


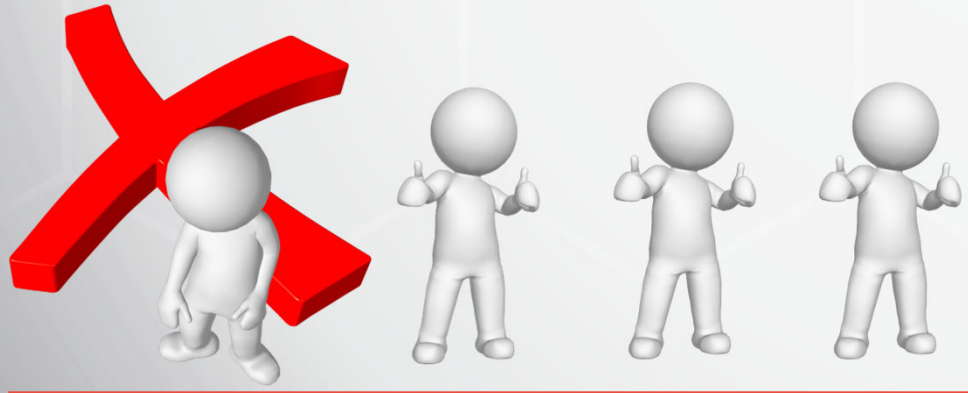
# Выгода сотрудничества. Эффект группового отбора

| № | Вид игры | Порядок выигрышей | ЭСС | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | Дилемма заключенного | ПХ>ХХ>**ПП**>ХП | П | | |
| **2** | «Общественное благо» | ПХ>ХХ>**ПП**>ХП | П | | |
| **3** | «Ястребы-голуби» | ПХ>ХХ>ХП>ПП | смешанная стратегия | | |
| **4** | Симбиотическая азотфиксация | **ХХ**>ПХ=**ПП**>ХП | Х | | |
| **5** | «Реновация общего ресурса» (дискретная постановка) | **ХХ**>ПХ=**ПП**>ХП | П | Х | |
| **6** | «Реновация общего ресурса» (непрерывная постановка) | **ХХ**>ПХ=**ПП**>ХП | П | Х | набор смешанных стратегий |
| **7** | «Социальные амебы» | **ХХ**>ПХ>**ПП**>ХП | | | |

# Задача о реновации общего ресурса. Дискретная постановка







**Группа владельцев общего неразделяемого ресурса принимает решение о его модификации (реновации)**
**Стоимость участия – X**
**Выгода от реновации – Y (Y>X)**

**Реновация осуществляется если ВСЕ участники группы согласились в ней участвовать…**

**…и не осуществляется, если ХОТЯ БЫ ОДИН из них отказался от участия в общем проекте**

# Задача о реновации общего ресурса. Аналитическое решение

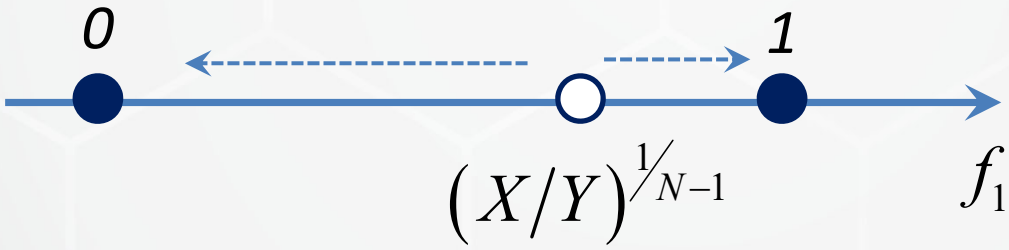
## Выигрыш «кооператора»

$$\varphi_1 = (Y - X)\cdot f_1^{N-1} - X\cdot\left(1 - f_1^{N-1}\right)$$

***$f_1$ – доля кооператоров в обществе, N– объем группы***

## Репликаторное уравнение

$$\begin{cases} \dot{f}_0 = f_0 \cdot Z \\ \dot{f}_1 = -f_0 \cdot Z \end{cases}, \quad Z = -(Y - X)\cdot f_1^{N} + X \cdot f_1 \cdot \left(1 - f_1^{N-1}\right)$$



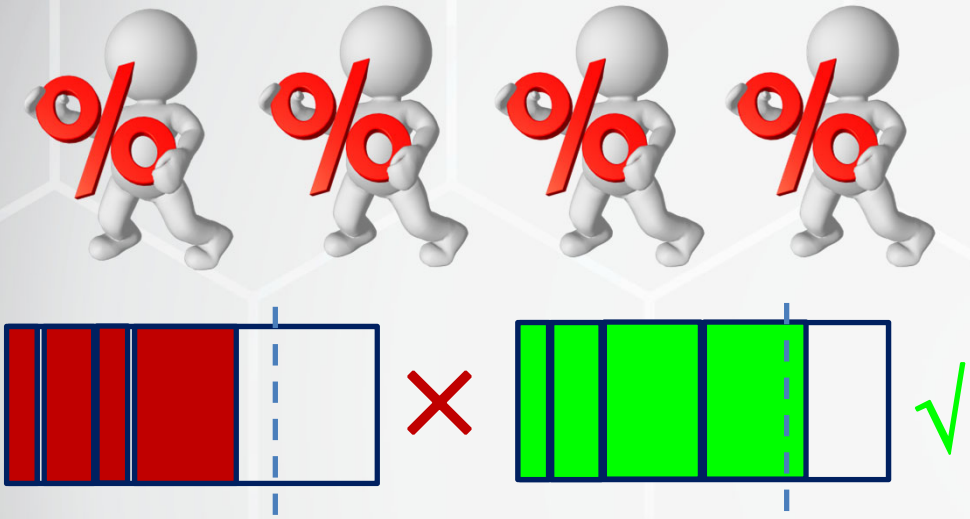

*Самый важный вывод, который следует осознать человечеству — это необходимость отказаться от принципа ресурсов общего пользования в воспроизводстве*

*Гаррет Хардин*

*Ад –это другие.*

*Жан-Поль Сартр*

# Задача о реновации общего ресурса. Непрерывная постановка. Аналитическое решение



Функция приспособленности в репликаторном уравнении (N=2) :

**Стационарные решения :**

$$f(x)=\delta(x-0) \qquad f(x)=\delta(x-0.5\cdot X)$$

$$f(x)=p_a\cdot\delta(x-x_a)+p_b\cdot\delta(x-x_b)$$

$$p_b=1-p_a\ ,\ \ x_b=X-x_a\ ,$$

$$-p_a\cdot x_a+p_b\cdot(Y-x_a)=Y-x_b$$

**Каждый участник группы делает некий вклад в общий пул. В случае, если общая вложенная сумма превышает определенный порог все участники группы получают определенный доход. В противном случае вклады безвозвратно утрачиваются**

$$g(x)=-x+Y\int_{X-x}^{1}f(t)\cdot dt$$

$f(x)\equiv 1$ *неустойчиво*

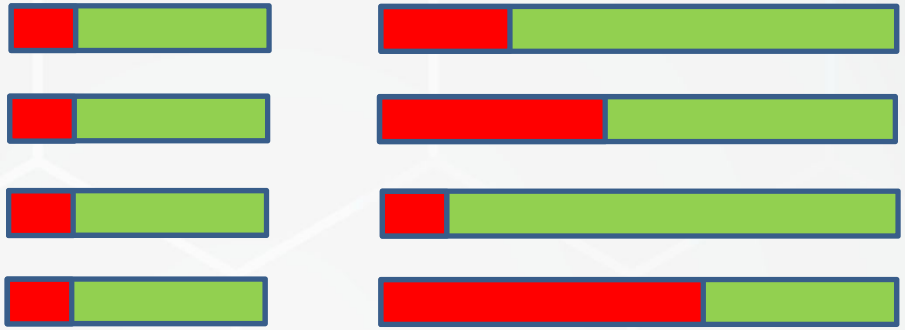
***Теорема А.Н. Горбаня:***

*Носитель асимптотически стабильного распределения решения уравнения естественного отбора всегда дискретный.*

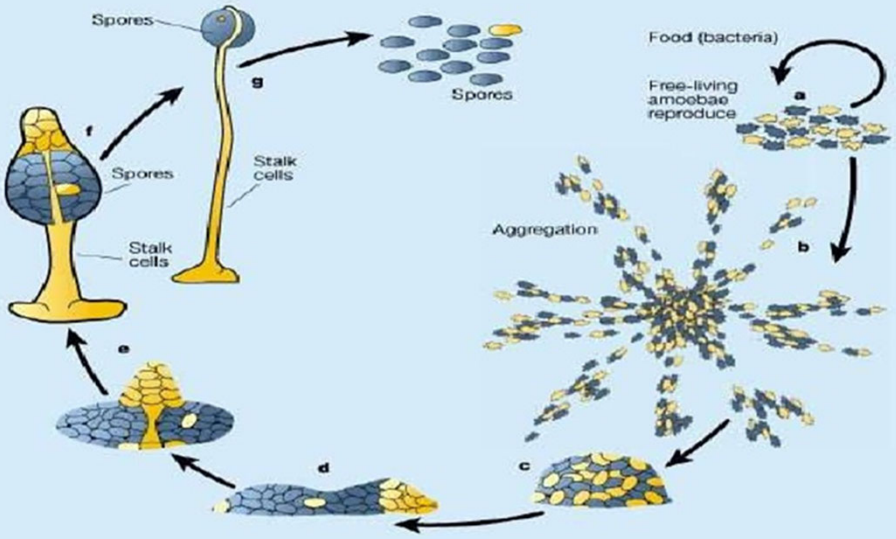
# Задача о «социальных амебах»

## *Шкала налогообложения:*

- Плоская
- Прогрессивная
- Подушный налог
- Равный доход



### Жизненный цикл «клеточной слизи»




**Matsuda, Harada, 1990**
***Equalization of Net Income***

$x_i$ – общее число клеток клона $i$

$y_i$ – число клеток клона $i$ в «шляпке»

$x_i - y_i$ – число клеток клона $i$ в «ножке» (налог)

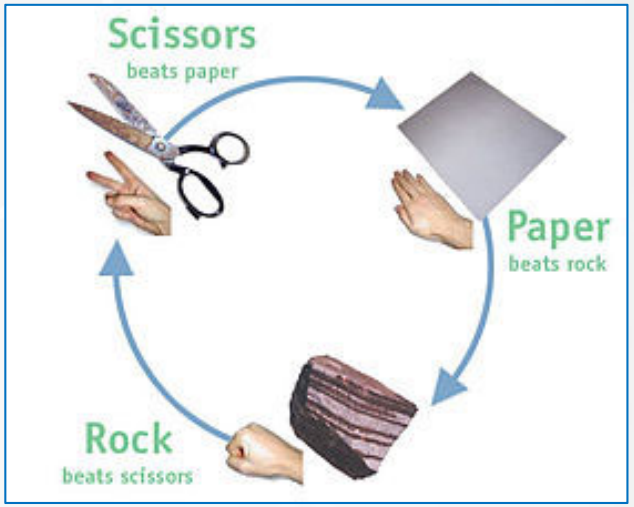
$\phi_i = y_i f(x,y)$ –приспособленность клона $i$

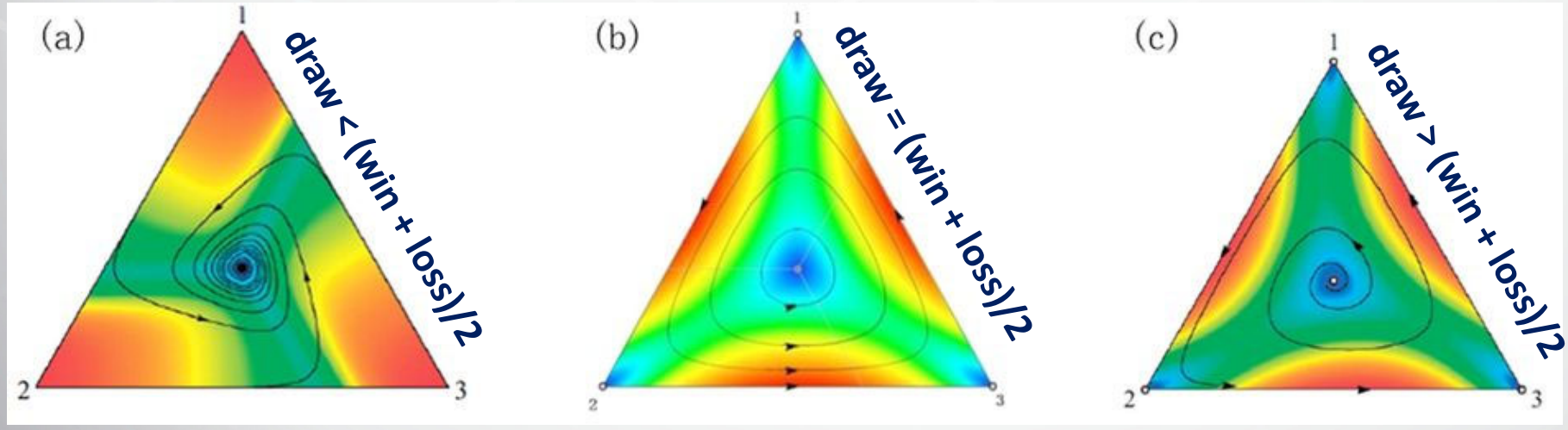
$$y_i^* = y_c \quad , \quad x_i > y_c$$
$$y_i^* = x_i \quad , \quad x_i \le y_c$$

# Агентное моделирование эволюционных игр. Преимущества над аналитическими методами

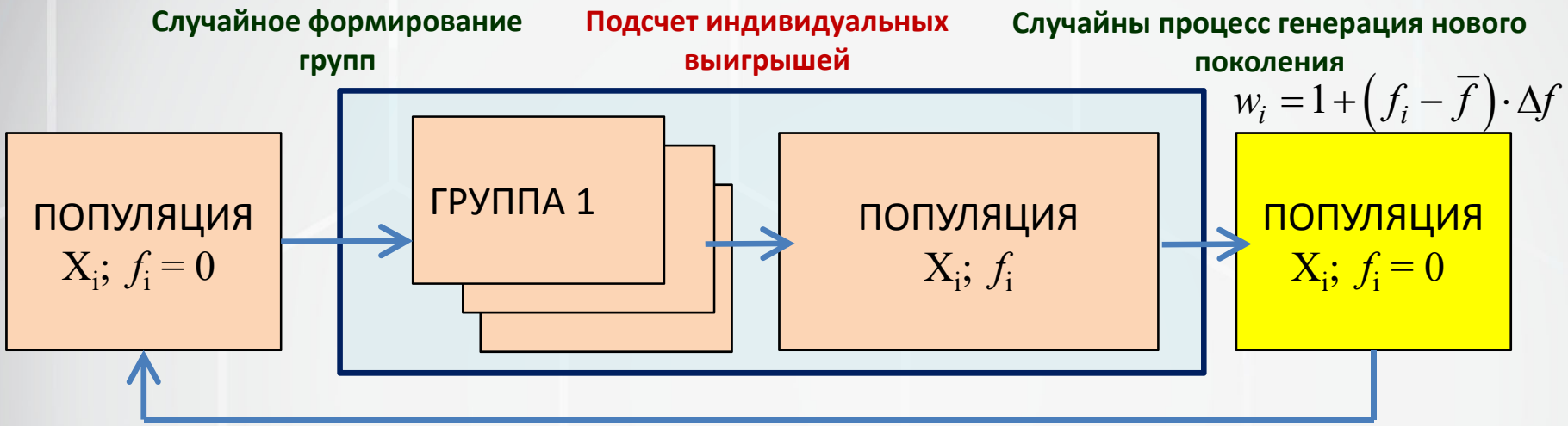
- Конечный  объем популяции
- Нестрогое наследование (мутации)
- Стохастический выбор стратегии
- Стратегии выбора партнеров по игре
- Условные стратегии (учёт опыта)
- Учет пространственной структуры

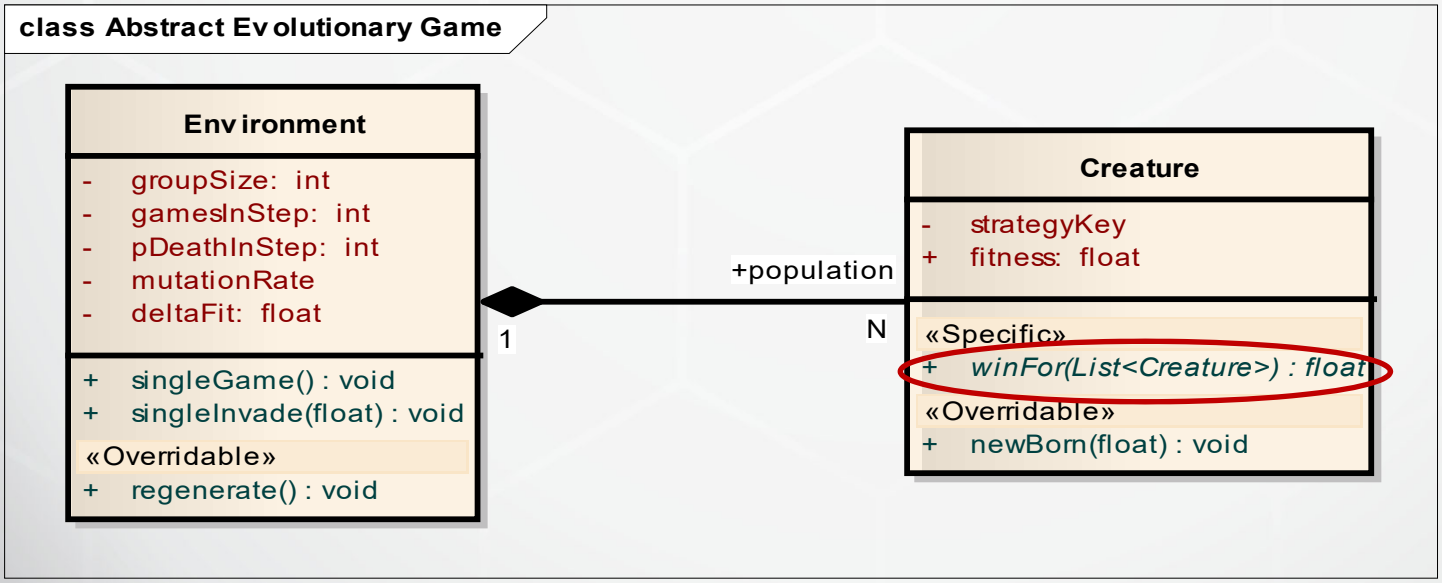
**ИГРА**
**«Камень – Ножницы – Бумага»**



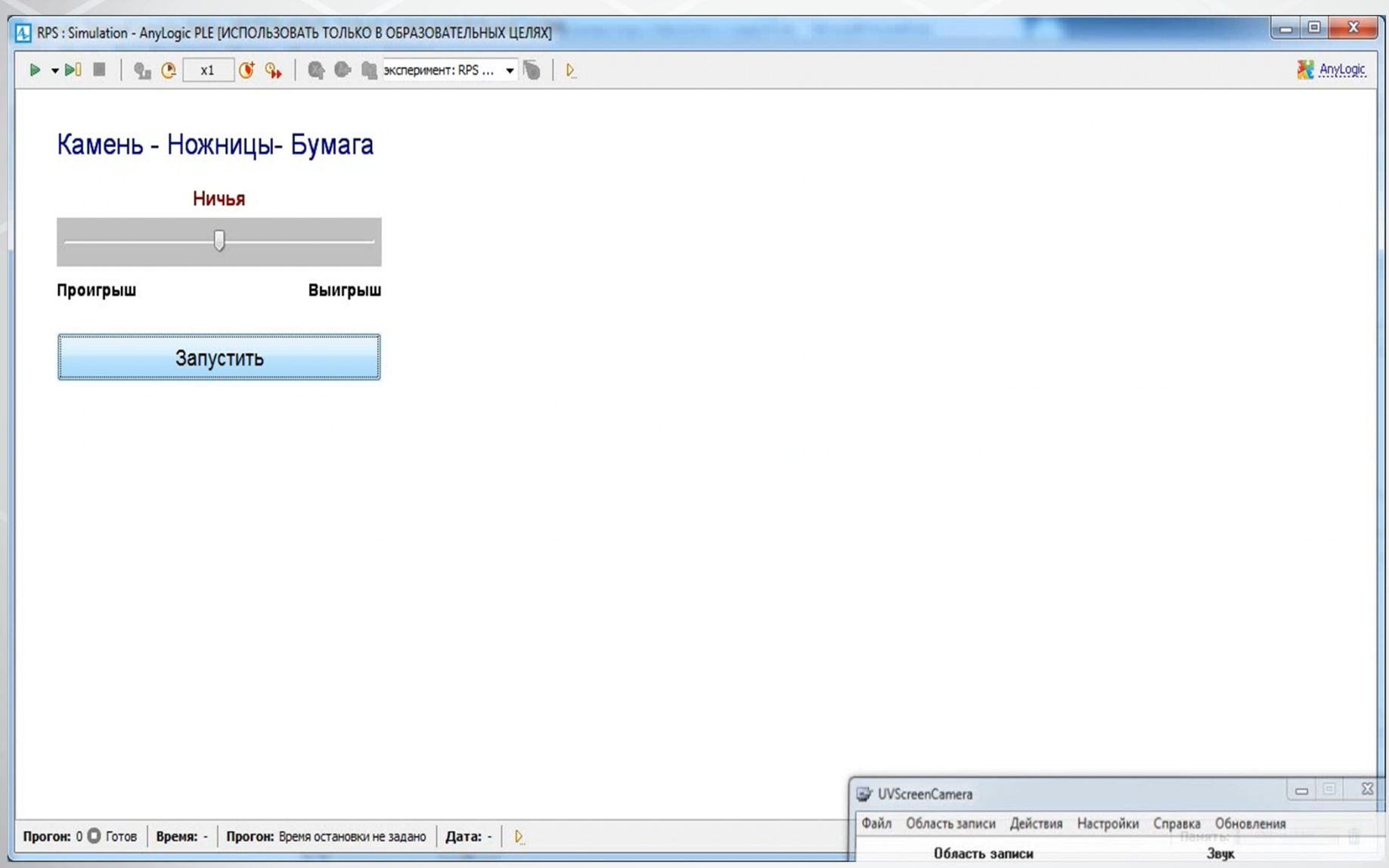



# Агентные модели эволюционных игр. Общий прототип в среде AnyLogic©

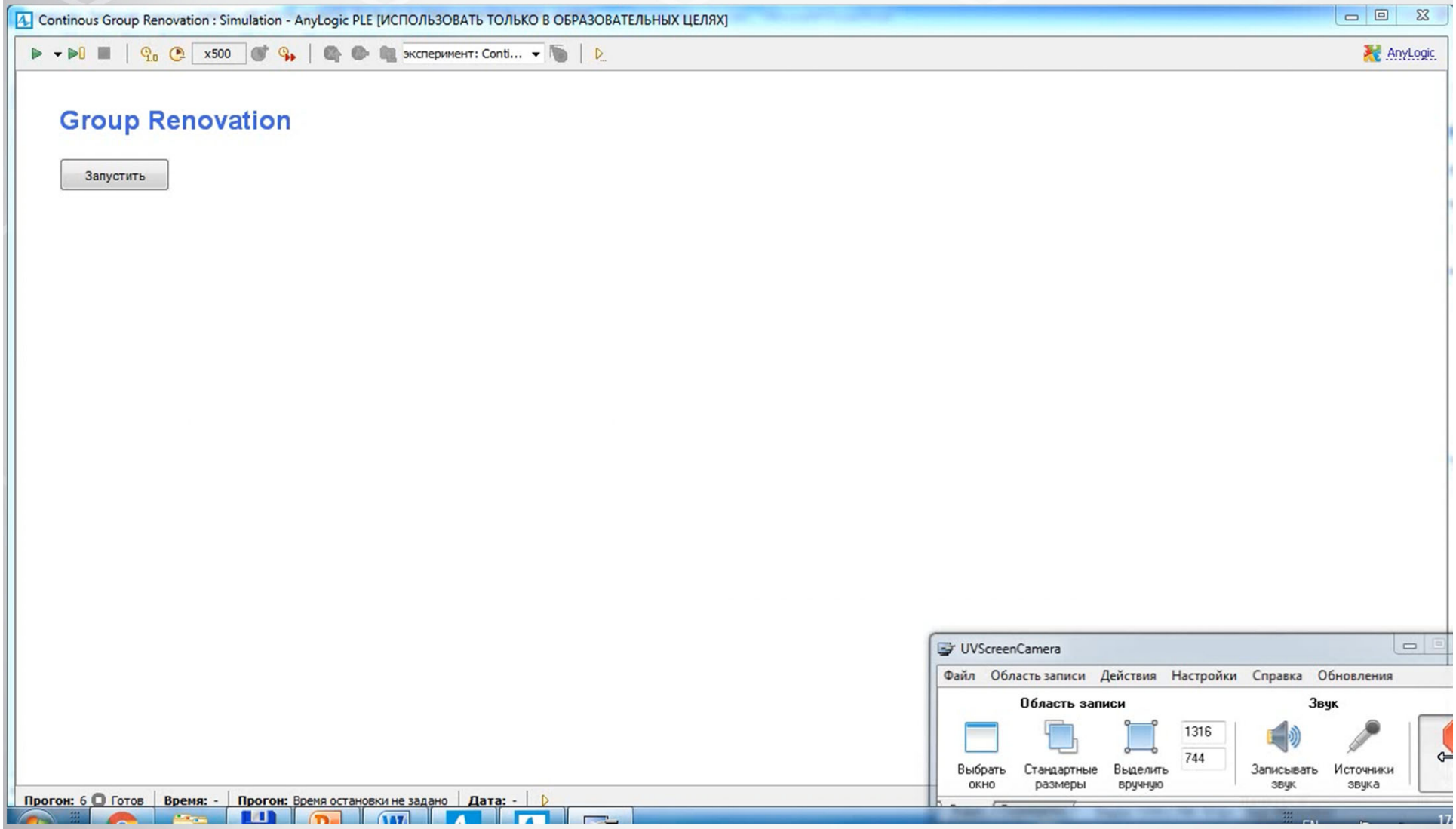


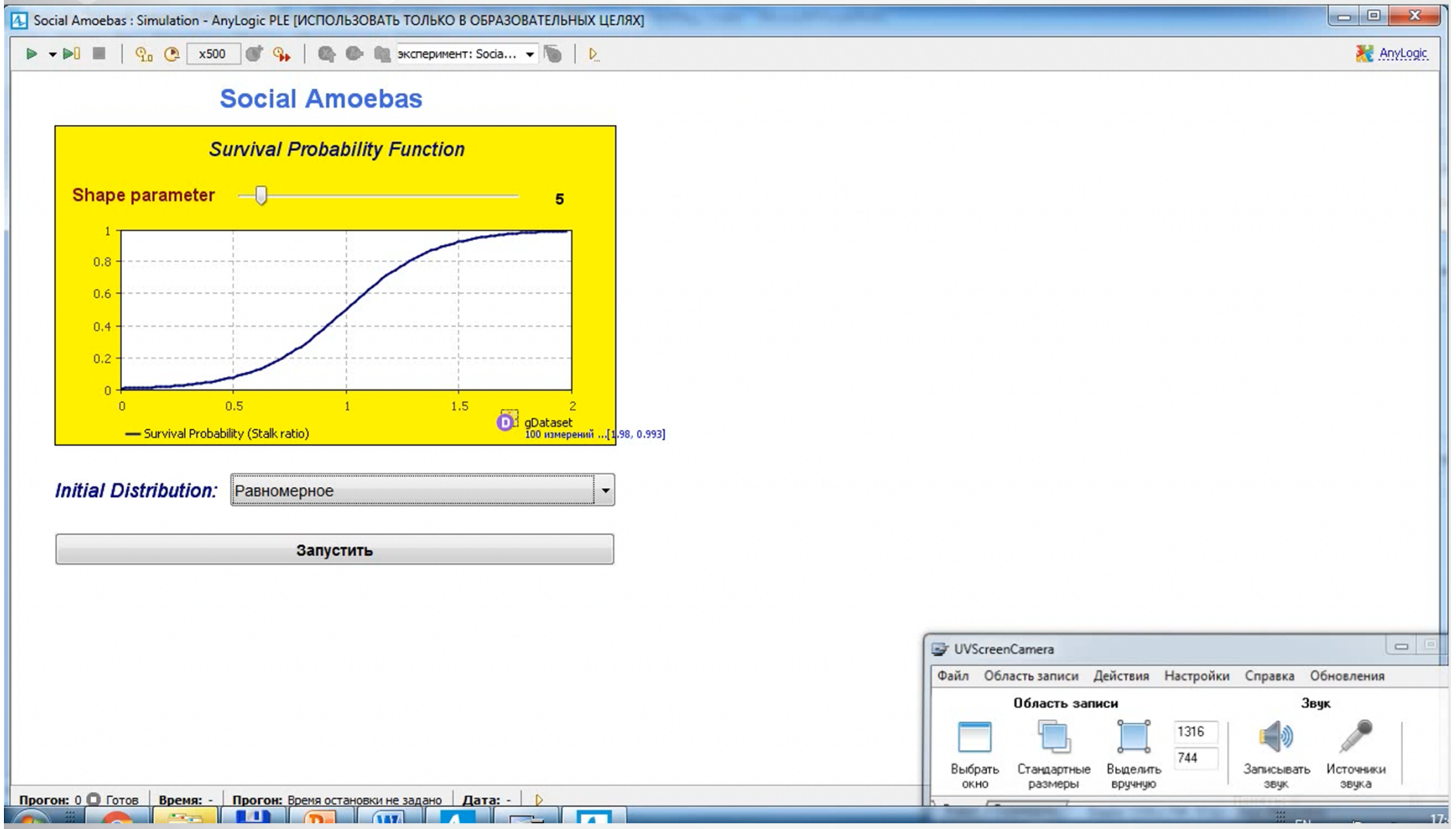
# Игра «Камень – ножницы – бумага». Агентная модель



# Задача о реновации общего ресурса. Агентная модель



# Задача о социальных амёбах. Агентная модель



## Перспективы и вызовы

1. Исследование устойчивости и качественного вида решений для произвольного размера группы взаимодействующих особей (N>2)
2. Определение необходимых и достаточных условий выполнимости теоремы А.Н. Горбаня о характере предельного распределения для случая дифференциальной эволюционной игры
3. Исследование влияния на устойчивость невырожденных предельных распределений неидеального наследования (мутаций)
4. Исследование эффектов пространственной структуры в агентных моделях социальной кооперации (концентрированная vs. «рассыпная» инвазия)

# Спасибо за внимание!

office@bureauhyperborea.ru

bureauhyperborea.ru